عرض اولي لبعض من أهم الدراسات والابحاث عن الرياضيات في العراق القديم

اعداد: سمير كامل (*)

ملاحظة 1: تهدف المادة إلى تقديم تعريف أولي ومختصر لبعضٍ من أهم الدراسات التي تناولت دور حضارة وادي الرافدين في تطور العلوم، وفي مقدمتها الرياضيات وعلم الفلك.

ملاحظة 2: في حال عدم فتح الروابط المذكورة في المادة في نسخة PDF مباشرةً، يمكن نسخ الرابط ولصقه في أي محرك بحث، ومنها محرك «جوجل»على سبيل المثال، لغرض الاطلاع على محتواه.

مقدمة:

يعد موضوعُ العلوم، ومنها الرياضيات، في العراق القديم من الموضوعات ذات الأهمية البالغة؛ إذ حفّز ذلك العديد من الباحثين والمؤسسات العلمية ومراكز الأبحاث العراقية والأجنبية، في مجالي علم الآثار وتاريخ العلوم والرياضيات، على المشاركة بشكل مباشر أو غير مباشر في عمليات التنقيب والتحريات، ودراسة مختلف الرقُم الطينية المكتشفة في مواقع أثرية متعددة في العراق، وعرض نتائج هذه الدراسات في المجلات العلمية والآثارية، ولاحقًا في مؤلفات وكتب.

وما حفّزني لإعداد هذه المادة الأولية هو أهمية التعريف ببعضٍ من أبرز ما نُشر من دراسات في هذا المجال، لاسيما منذ بداية القرن العشرين وحتى وقتنا الحاضر، مع التنويه ببعض التطبيقات الرياضية في مجالات متعددة، ومنها الاقتصاد في حضارة بلاد وادي الرافدين.

ومن المؤكد أن هذا التعريف سيكون مقتصرًا على مختارات محدودة اقتنيتها من عدد من الدراسات المتعلقة بالموضوع، وليس جردًا شاملًا لأغلب ما نُشر حوله. وعليه، آمل أن يكون هذا العمل حافزًا وعاملًا مساعدًا لمن يرغب في الاطلاع بشكل أكثر تفصيلًا وعمقًا، لا سيما أن القارئ سيجد العديد من روابط الدراسات المختلفة في قسم المصادر.

تمثّل هذه دعوة موجّهة إلى الهيئة العامة للآثار والتراث في العراق وأقسام الرياضيات والفيزياء في الجامعات العراقية، ولا سيما الجامعات الرئيسة مثل بغداد والموصل والبصرة، لتعزيز الاهتمام بمادة "تاريخ الرياضيات والفلك"، وإبراز دور حضارة وادي الرافدين وإسهاماتها في نشأة هذين العلمين وتطوّرهما. ومن المبادرات الممكن تحقيقها توجيه الدعوة لعقد مؤتمر دولي في بغداد بالتعاون مع ادارة المتحف العراقي، تُعقد أعماله في احدى قاعات المتحف، كما حدث في الندوة العلمية بمشاركة عالمية سنة 1979. وقد يكون شهر تشرين الأول من عام 2029 موعدًا مناسبًا لإقامة مثل هذه الفعالية، إذ يكون قد مضى خمسون عامًا على الندوة العلمية الثانية "البابل وآشور وحمرين" التي استضافها المتحف العراقي، والتي كُرّم فيها عالم الآثار العراقي طه باقر، أحد المساهمين الرئيسيين في دراسة موضوع الرياضيات في العراق القديم، من خلال دراساته للألواح الطينية الرياضية التي اكتُشفت في العديد من المواقع الأثرية في العراق. علما ان كبير الباحثين الآثاريين المساهمين في هذه الندوة العلمية الأستاذ "فولفرام فون سودن - Wolfram Von Soden" (مؤرخ ومستعرب واستاذ جامعي ولغوي وعالم آثاري في حضارة وادي الرفدين من المانيا) ذكر في كلمته النص التالي عن مساهمة الأستاذ طه باقر في هذا الجهد العلمي عن تاريخ الرياضيات – المصدر ادناه الصفحة 30:

- https://uruk-warka.dk/TBaqir/Taha%20Baqir%20Life%20&%20Work.pdf
- https://drive.google.com/file/d/15tSe_cAXuMOVCPqLgILt37nC38nPfeNP/view

" الأستاذ العزيز طه باقر

سيداتي وسادتي ... نظرا لكون أكبر الاثاريين وعلماء الاشوريات سنا، المدعوين من أوربا وامريكا واليابان للمشاركة في الندوة العلمية الثانية حول بابل واشور وحمرين في بغداد ... لي الشرف ان احييك يازميلي العزيز باسمنا جميعا من الأعماق وان اهنئك على منحك الوسام الذي تلقيته الان.

اننا ليسرنا ان نشهد هذا التكريم اليوم ونود ان نعبر لك عن اعجابنا باهتماماتك الواسعة وابحاثك المتعددة الجوانب في علم الاثار والتاريخ واللغات القديمة، ونحن نتذكر بامتنان ان تنقيباتك في عكركوف وتل حرمل وأماكن أخرى أدت الى التوصل الى نتائج جيدة من نواح كثيرة وتعملنا الكثير منها.

وانني شخصيا ممتن بصورة خاصة لعملك المتعلق بالرياضيات في زمن البابليين وفي زمن العرب في القرون الوسطى، وان ترجمتك لكتب "تونيبي" الصعبة الى اللغة العربية ذات أهمية خاصة بالنسبة لأسيا وأوربا.

نتمنى لك العمر المديد والصحة والمزيد من الأبحاث حول حضارات الشرق القديم ونحييك مرة أخرى بحرارة.

فولفرام فون سودن "

الدراسات والأبحاث المنتقاة للعرض الأولي:

ستُذكر الدراسات بحسب تاريخ صدور طبعتها أو إصدارها الأول ترتيبًا زمنيًا، مع الإشارة إلى أن بعضَها قد أُعيدت طباعته لاحقًا، سواء بصياغة جديدة أو بالنص الأصلي. وبالضرورة، فإن الأبحاث المختارة ستنتمي إلى مراحل زمنية متباينة، بوصفها عيّنةً من مجمل ما كُتب وخضع للدراسة، مع تركيز نسبي على الدراسات المُنجزة في العراق.

ووفقًا للعديد من المصادر المعتمدة في هذه المادة، ومنها:

أوتو نوغباور (Otto Neugebauer)، وطه باقر Taha Baqir، وينس هويروب (Jens Høyrup) وإليانور روبسون (Eleanor Robson)

فإن الألواح والرقُم الطينية في العراق القديم، ومنها ما يخص الرياضيات، قد بدأ اكتشافها بشكل تقريبي، منذ منتصف القرن التاسع عشر، ضمن تحريات البعثات الآثارية الأجنبية.

ومن أهم المصادر المعتمدة في اعداد هذه المادة:

- Neugebauer, Otto, 1929. “Zur Geschichte der babylonischen Mathematik”. *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik.* Abteilung B: *Studien* **1**(1929–31), 67–80.
- Neugebauer, Otto, 1930a. “Beiträge zur Geschichte der Babylonischen Arithmetik”. *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik.* Abteilung B: *Studien* **1**(1929–31), 120–130.
- Neugebauer, Otto, & Abraham Sachs, 1945. Mathematical Cuneiform Texts. (American Oriental Series, vol. 29). New Haven, Connecticut: American Oriental Society.

- Baqir, Taha, 1950a. “An Important Mathematical Problem Text from Tell Harmal”. *Sumer* **6**, 39–54.
- Baqir, Taha, 1950b. “Another Important Mathematical Text from Tell Harmal”. *Sumer* **6**, 130–148.
- Høyrup, Jens, 2001. “On a Collection of Geometrical Riddles and Their Role in the Shaping of Four to Six `Algebras’”. Science in Context 14, 85–131.
- Høyrup, Jens, 2002a. Lengths, Widths, Surfaces: A Portrait of Old Babylonian Algebra and ItsKin. New York: Springer, 2002.
- Høyrup, Jens, 2002. “A Note on Old Babylonian Computational Techniques”. Historia Mathematica 29, 193–198.
- Robson, Eleanor, 2008. Mathematics in Ancient Iraq: A Social History. Princeton & Oxford: Princeton University Press.
- Taha Baqir, 2013 Edited by Saad Taha Baqir, A Brief History of the Sciences and Knowledge in the Ancient and Arabic-Islamic Civilizations
- https://archive.org/details/sumer_201609/sumer01/

تُثبت الرقُم والألواح الطينية الرياضية المكتشفة أن الرياضيات في بلاد ما بين النهرين، خلال العصر البابلي القديم، نشأت وتطورت في مراكز متعددة (مثل مدن: إشنونة، ولارسا، وأور، وبابل)، ولم تنبع من مركز واحد فقط. وكان لكل مدينة مدرستها الكتبية الخاصة (وهي شكل من أشكال المدارس، والتي يُشار إليها في مصدر آخر من قبل صموئيل كرامر (Samuel Kramer) في كتابه "ألواح من سومر"، المترجم إلى العربية من قبل طه باقر)، حيث أنتجت هذه المدارس تقاليد رياضية متميزة وصيغًا نصية مختلفة. ويمكن ملاحظة فروقات واضحة في الأسلوب والمصطلحات بين الألواح المسمارية الواردة من مناطق مختلفة.

بهدف الاختصار، وضمن خيارات محددة، قمتُ بتقسيم الإطار الزمني للأبحاث والدراسات - لغرض التبسيط وتجنّب التفصيل العلمي الذي لا يتطلبه هذا العرض الأولي - إلى أربع فترات زمنية، وذلك استنادًا إلى المصادر المنتقاة وأزمنتها، مع الإشارة إلى وجود تقسيمات زمنية أخرى لدراسة الرياضيات في العراق القديم يمكن الرجوع إليها في المصادر المذكورة في المادة، والتي تعكس تصنيفًا أكثر دقة من الناحيتين العلمية والبحثية:

- الفترة الممتدة من منتصف القرن التاسع عشر إلى عام 1926
- الفترة من 1927 إلى منتصف أربعينيات القرن العشرين
- الفترة من منتصف الأربعينيات إلى نهاية ستينات القرن العشرين
- الفترة من نهاية ستينات القرن الماضي إلى الوقت الحاضر

خلاصة للبدايات:

بدأ استكشاف الرياضيات في بلاد ما بين النهرين مع فك رموز الكتابة المسمارية حوالي عام 1850. وحتى عشرينيات القرن العشرين، كان التركيز منصبًا على “الرياضيات المستخدمة عمليًا” (مثل أنظمة الأعداد، والمقاييس، والجداول، وبعض الحسابات العملية للمساحات)، ولم يتم التطرق إلا إلى عدد قليل جدًا من النصوص التي تتناول موضوعات أكثر تقدمًا قبل عام 1929، وكانت النتائج محدودة للغاية.

وقد تغيّر هذا الوضع بفضل أوتو نوغباور، إلا أن خطواته الأولى في عامي 1927–1928 كانت لا تزال تسير على نهج العصر السائد، ويمكن وصفها بأنها "ما قبل نوغباور". ومع ذلك، يمكن اعتبارها قد دفعته نحو ثلاث مبادرات فتحت ما يُعرف بـ “عصر نوغباور” في عام 1929، وهي: إطلاق مجلة “Quellen und Studien”، وتنظيم ندوة لدراسة الرياضيات البابلية، وبدء العمل على “النصوص المسمارية الرياضية.”

وبعد بضع سنوات، انضم فرانسوا ثورو- دانجان (الذي كان منذ أواخر تسعينيات القرن التاسع عشر الشخصية الأبرز في دراسة الرياضيات الأساسية) إلى هذا العمل. في البداية، افترض ثورو-دانجان أن نوغباور سيتولى الجانب الرياضي، بينما يتكفل هو بالجوانب اللغوية. لكن سرعان ما انخرط كلاهما في الجانبين معًا، الرياضي واللغوي، وعَمِلا بشكل متوازٍ وتنافسي حتى توقفا عن هذا العمل في عامي 1937–1938.

بعد ذلك، اتجه نوغباور إلى علم الفلك، بينما واصل ثورو-دانجان، إلى جانب أعماله الأخرى في علم الآشوريات، محاولة استخلاص النتائج المترتبة على ما أصبح معروفًا عن الرياضيات البابلية بالنسبة لتاريخ الرياضيات بشكل عام.

الفترة الممتدة من منتصف القرن التاسع عشر إلى 1926:

وفقًا للعديد من المصادر المنتقاة أعلاه في هذه المادة وغيرها، بدأ الاهتمام بدراسة الرياضيات في بلاد ما بين النهرين مع بداية فك رموز الكتابة المسمارية، وذلك قرابة عام 1850. وحتى عشرينيات القرن العشرين، انحصرت الأبحاث فيما يُعرف بـ"الرياضيات التطبيقية"، أي ما تفرضه متطلبات الحياة العملية للسكان والعاملين، ومنها في مجال "الاقتصاد". وقد شملت هذه الدراسات أنظمة الأعداد، والقياسات، والجداول، وبعض الحسابات العملية للمساحات. في المقابل، لم يُتطرق إلا إلى عدد محدود جدًا من النصوص المتقدمة قبل عام 1929، وكانت النتائج في هذا المجال متواضعة، وفقًا لعدد من الباحثين.

الفترة من 1927 إلى منتصف أربعينيات القرن العشرين:

جاء التحول الحقيقي من الرياضيات التطبيقية والعملية إلى الرياضيات "التحليلية" مع أوتو نوغباور Otto Neugebauer فعلى الرغم من أن بداياته في عامي 1927–1928 ظلت تسير وفق الأسلوب السائد آنذاك— والمقصود به الجانب العملي التطبيقي من الرياضيات - إلا أن تلك البدايات شكّلت تمهيدًا لانطلاق ثلاث مبادرات كبرى دشّنت ما يمكن تسميته بـ"عصر أوتو نوغباور" في أبحاث الرياضيات في العراق القديم.

ففي عام 1929، ساهم أوتو نوغباور في إصدار مجلة Quellen und Studien، وتنظيم ندوة متخصصة في دراسة الرياضيات البابلية، والشروع في إعداد سلسلة Mathematische Keilschrift-Texte وبعد بضع سنوات، انضم إليه فرانسوا ثورو-دانجان (François Thureau-Dangin).

- Neugebauer, Otto, 1929. “Zur Geschichte der babylonischen Mathematik”. *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik.* Abteilung B: *Studien* **1**(1929–31), 67–80.
- Neugebauer, Otto, 1930a. “Beiträge zur Geschichte der Babylonischen Arithmetik”. *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik.* Abteilung B: *Studien* **1**(1929–31), 120–130.
- Neugebauer, Otto, 1930b. “Sexagesimalsystem und babylonische Bruchrechnung”. Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abteilung B: Studien 1(1929–31).
- Neugebauer, Otto, 1932a. “Zur Transkription mathematischer und astronomischer Keilschrift-texte”. Archiv für Orientforschung 8 (1932–33), 221–223.
- Neugebauer, Otto, 1932b. “Studien zur Geschichte der antiken Algebra I”. Quellen und Studienzur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abteilung B: Studien 2(1932–33), 1–27.

- Neugebauer, Otto, 1936. “Zur geometrischen Algebra (Studien zur Geschichte der antiken Algebra III)”. Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abteilung B: Studien 3 (1934–36), 245–259.
- Neugebauer,Otto,1937.“Untersuchungen zur antiken Astronomie I”.Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie, und Physik. Abteilung B:Studien 4 (1937–38),29–33.

الفترة من منتصف الاربعينات الى نهاية ستينات القرن العشرين:

في المصدر الأول يواصل نوغباور وبالتعاون مع ابراهام ساكس دراساته للرقم الرياضية، عبر مادة نشرت في مجلة الجمعية الامريكية للاستشراق في مجلدها الرقم 29.

وكما ذكر مسبقا فان "اوتو نوغباور" اتجه عموما بعد منتصف الاربعينات الى مساهمة العراق القديم في علم موضوع الفلك، في حين ساهمت دراسات الأستاذ طه باقر في تحليل العديد من الرقم الرياضية، والتي ساهم شخصيا في التنقيب عن عدد منها، ومنها الالواح الرياضية المعروفة من الموقع الآثاري تل حرمل قرب مدينة بغداد.

- Neugebauer, Otto, & Abraham Sachs, 1945. *Mathematical Cuneiform Texts*. (American Oriental Series, vol. 29). New Haven, Connecticut: American Oriental Society.
- Neugebauer, Otto, 1951. *The Exact Sciences in Antiquity*. (Acta historica scientiarum naturalium et medicinalium, 9). København: Munksgaard.
- Neugebauer, Otto, 1955. *Astronomical Cuneiform Texts: Babylonian Ephemerides of the Seleucid Period for the Motion of the Sun, the Moon, and the Planets*. London: Lund Humphries, 1955.
- Baqir, Taha, 1950a. “An Important Mathematical Problem Text from Tell Harmal”. *Sumer* **6**, 39–54.
- Baqir, Taha, 1950b. “Another Important Mathematical Text from Tell Harmal”. *Sumer* **6**, 130–148.
- Baqir, Taha, 1951. “Some More Mathematical Texts from Tell Harmal”. *Sumer* 7, 28–45.
- Baqir, Taha, 1962. “Tell Dhiba’i: New Mathematical Texts”. *Sumer* 18, 11–14, pl. 1–3.
- https://archive.org/details/sumer_201609/sumer01/

في المطبوع الصادر عام 2013 عن دار امازون، والذي أعده الدكتور سعد طه باقر بالاعتماد على دراسات الأستاذ طه باقر في تاريخ الرياضيات والفلك، والتي كان يقدمها في محاضراته للمادة في قسم الرياضيات جامعة بغداد وفي قسم الآثار في كلية الآداب أيضا:

Taha Baqir, 2013 Edited by Saad Taha Baqir, A Brief History of the Sciences and Knowledge in the Ancient and Arabic-Islamic Civilizations.

https://www.amazon.com/History-Sciences-Knowledge-Arabic-Islamic-Civilizations/dp/1492372307/ref=sr_1_2?dib=eyJ2IjoiMSJ9.BB7a4BUNXL1o4GPfBNd5ryWdfKCummMEuIZ9Tjjfip1lmk-aDbqk3vbn8-9wyomB.OarMowZgDKOdzl-XhKY79j0jg4-4SJuTTZU0kvtdOmM&dib_tag=se&qid=1776275312&refinements=p_27%3ATaha+Baqir&s=books&sr=1-2

الفصل الثاني عن الرياضيات الصفحة 35-80

العلوم الأخرى ومنها الفلك والكيمياء والفيزياء وعلم الحيوان والنبات 80-97
خصوصا علم الفلك كما الرياضيات وضعت اسسه في حضارة وادي الرافدين بحدود 2000 عام قبل الميلاد 86-97
في الصفحات "الصفحة 18-22" من المطبوع أعلاه نقتبس النصوص التالية:

ملاحظة: الأرقام في الاقتباس التالي، باللون الأحمر، كما الأخرى لاحقا ستكتب كما هي في المصدر للأستاذ طه باقر بالأرقام العربية المشرقية ١، ٢، ٣، ... وليس العربية المغربية 1 2 3... المستخدمة في هذه المادة.

(صفحة 18-19 في المصدر اعلاه):
" أدوار النصوص الرياضية:
مع قدم بداية نضج الحضارة في العراق القديم منذ مطلع الالف الثالث ق.م. وظهور التدوين فيها منذ ذلك التاريخ كما بينا، الا انه لم يصل الينا من النصوص الرياضية قبل الالف الثاني ق.م. ويمكن حصر تاريخ هذه النصوص في دورين من أدوار تاريخ العراق القديم هما:

1. **الدور الذي سميناه بالعصر البابلي القديم (Old Babylonian) في حدود ٢٠٠٠-١٥٠٠ ق.م.**
2. **الدور السلوقي (Seleucid) أواخر القرن الرابع الى القرن الأول ق.م.**

وعلى ما هو واضح توجد فترة زمنية تربو على ألف عام تفصل ما بين هذين الدورين لم يصل الينا منها شيء مدون عن رياضيات العراق القديم. "

راجع اهم مصدرين لهذا الموضوع:

Neugebauer, Mathematische Keilschrifttexte, 3 Vols. (1935 – 1938).
Thureau – Dangin, Mathematiques Babyloniens (1938).

(صفحة 21-22 في المصدر اعلاه):
" أصناف القضايا الرياضية:
ان النصوص الرياضية التي جاءتنا من الدورين السالفي الذكر تقسم الى صنفين رئيسيين: (١) النصوص الخاصة بالقضايا او المسائل الجبرية والهندسية (Problems Texts). (٢) الجداول الرياضية (Table Texts).

1. **صنف القضايا "المسائل" الرياضية:**

النصوص المتعلقة بالقضايا الرياضية، كما يشير اسمها، عبارة عن مسائل رياضية يسأل بها المخاطب ويعطي فروض القضية أي معطيات المسألة DATA، ثم الخطوات التي يجب ان يسير بموجبها لإيجاد الحل. وجاء الينا صنف اخر من نصوص القضايا يقتصر على مجرد تعداد أنواع المعادلات التي نظمت بحسب تصنيف يتدرج من الأنواع السهلة من المعادلات ومن النوع القياسي من معادلات الدرجة الثانية ثم الأنواع الأكثر تعقيدا ولكن يمكن اختصارها واختزالها الى النوع القياسي. ....
ان مثل هذه الالواح موزعة في المتاحف العالمية الشهيرة مثل المتحف البريطاني ومتحف اللوفر (باريس) وقد اضيف حديثا الى هذا العدد نحو ١٢ لوحا جديدا اكتشف في اثناء تنقيبات مديرية الاثار في تل حرمل وتل الضباعي (١٩٤٦ – ١٩٦١) في منطقة بغداد الجديدة، وقد سبق لي ان نشرتها في مجلة (سومر) (١٩٤٨ – ١٩٥١، ١٩٦٣) ...
...

2. **صنف الجداول الرياضية:**

وقد بلغ عدد ما وصل الينا من الجداول الرياضية منها لحد الان زهاء مائتي لوح، وهي ذات اهمية وطرافة وتدل على ولع ومعرفة بخصائص الاعداد، وتتفاوت في موضوعاتها من جداول الضرب الى جداول معكوس الاعداد (Inverse) وجداول بجذور الاعداد من القوى المختلفة ورفعها الى القوى أيضا، وجداول بالمعاملات (Coefficients) وجداول غريبة فسرت على انها اعداد فيثاغورية وجداول فسرت على انها نظمت على مبدأ اللوغاريتمات."

مضافا لألواح الرياضيات المكتشفة، هناك أيضا الواح تعالج موضوعة الفلك، وهنا يكتب الأستاذ طه باقر ضمن نفس الدراسة الخاصة بأصناف الالواح المكتشفة ما يلي:

الصفحة 22-23 من نفس المادة أعلاه:

" النصوص الفلكية:
ان ما ذكرناه عن أصناف النصوص الرياضية ينطبق كذلك على المدونات الفلكية (Astronomical Texts) التي جاءتنا من العراق القديم، فهناك جداول او ازياج فلكية مهمة وقضايا فلكية في شرح الطرق التي يتوصل بها في الحسابات الفلكية وتنظيم تلك الجداول...."

الفترة من نهاية ستينات القرن الماضي الى الوقت الحاضر:

استمرت الدراسات في موضوع الرياضيات في حضارة وادي الرفدين، ومنها للرقُم الرياضية المكتشفة في الفترة الزمنية اعلاه، ومنها دراسة الدكتور فاروق الراوي مع "مايكل روا ف" في عام 1984، والتي تستند الى دراسة عشرة الواح رياضية اكتشفت في الموقع الاثري "تل حداد" في منطقة حمرين.

فيما يلي عيّنة متميزة من عددٍ من البحوث والدراسات في هذه الفترة، والتي تمثل إسهامًا متواصلًا لعدد من الباحثين من خلال مواصلتهم للإنجازات البحثية في الفترات السابقة:

- al-Rawi, Farouk N. H., & Michael Roaf, 1984. “Ten Old Babylonian Mathematical Problem:Texts from Tell Haddad, Himrin”. *Sumer* 43 (1984, printed 1987), 195–218.
- Høyrup, Jens, 1990. “Sub-Scientific Mathematics. Observations on a Pre-ModernPhenomenon”. History of Science 28, 63–86.
- Høyrup, Jens, 2001. “On a Collection of Geometrical Riddles and Their Role in the Shaping of Four to Six `Algebras’”. Science in Context 14, 85–131.
- Høyrup, Jens, 2002a. Lengths, Widths, Surfaces: A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin. New York: Springer, 2002.
- Høyrup, Jens, 2002. “A Note on Old Babylonian Computational Techniques”. Historia Mathematica 29, 193–198.
- Høyrup, Jens, 2004. “Maha−v ra’s Geometrical Problems: Traces of Unknown Links between Jaina and Mediterranean Mathematics in the Classical Ages”, pp. 83–95 in Ivor Grattan-Guinness & B. S. Yadav (eds), History of the Mathematical Sciences. New Delhi: HindustanBook Agency.
- Høyrup, Jens, 2009. “State, `Justice´, Scribal Culture and Mathematics in Ancient Mesopotamia.” Sartoniana 22, 13–45.
- Høyrup, Jens, 2010. L’algèbre au temps de Babylone : Quand les mathématiques s’écrivaient sur de l’argile. Paris: Vuibert & Adapt-SNES.
- Robson, Eleanor, 1999. Mesopotamian Mathematics 2100–1600 BC. Technical Constants in Bureaucracy and Education. Oxford: Clarendon Press.
- Robson, Eleanor, 2000. “Mathematical Cuneiform Tablets in Philadelphia. Part 1: Problems and Calculations”. SCIAMUS 1, 11–48.
- Robson, Eleanor, 2002. [Review of Høyrup, Lengths, Widths, Surfaces] MathDL. The MAA Mathematical Sciences Digital Library.
- Robson, Eleanor, 2004. “Mathematical Cuneiform Tablets in the Ashmolean Museum, Oxford”. SCIAMUS 5, 3–65.
- Robson, Eleanor, 2008. Mathematics in Ancient Iraq: A Social History. Princeton & Oxford: Princeton University Press.
- https://www.amazon.com/History-Sciences-Knowledge-Arabic-Islamic-Civilizations/dp/1492372307/ref=sr_1_2?dib=eyJ2IjoiMSJ9.BB7a4BUNXL1o4GPfBNd5ryWdfKCummMEuIZ9Tjjfip1lmk-aDbqk3vbn8-9wyomB.OarMowZgDKOdzl-XhKY79j0jg4-

4SJuTTZU0kvtdOmM&dib_tag=se&qid=1776275312&refinements=p_27%3ATaha+Baqir&s=books&sr=1-2

- https://archive.org/details/sumer_201609/sumer01/
- https://isaw.nyu.edu/exhibitions/before-pythagoras/reading.html

من المساهمات البارزة في دراسة موضوعة الرياضيات في العراق القديم في الفترة اعلاه، تُعد بحوث الدكتور ينس هويروب Jens Høyrup من الدنمارك، جهدا متميزا في التعريف بتطور الرياضيات في هذه الحضارة، علما انه ساهم أيضا في دراسة تطور العلوم في حضارات قديمة أخرى.

في موقع الدكتور هويروب Høyrup في الانترنيت، يمكن ملاحظة العدد الكبير من الدراسات الخاصة بمساهمة حضارة وادي الرافدين في تطور العلوم لاسيما الرياضيات والفلك. ويمكن في دراسات أكثر تفصيلا تناول عدد منها وطرح مضمونها. ومن المفيد جدا في اية فعالية علمية سواء ندوة او سيمينار عالمي يجري في العراق، كما حدث في عام 1979 في بغداد، من دعوة الدكتور ينس هويروب Jens Høyrup للمشاركة بشكل مباشر او غير مباشر.

- http://akira.ruc.dk/~jensh/
- http://akira.ruc.dk/~jensh/Selected%20themes/Mesopotamian%20mathematics/index.htm

كما يُشكّل كتاب الباحثة البريطانية إليانور روبسون Eleanor Robson " الرياضيات في العراق القديم" الصادر عام 2008 عن دار نشر Princeton University Press في إنكلترا، مساهمةً بارزةً في التعريف بإسهام حضارة وادي الرافدين في نشوء وتطوّر علم الرياضيات، بما في ذلك التأثير في التطوّر الاجتماعي الذي أسهمت فيه.

ومن الجدير بالذكر أن الدكتورة روبسون قد زارت العراق، ولديها تواصل مع عدد من الجهات العلمية، ومن المؤكد أن مشاركتها في أيّة فعالية علمية - ومنها الفعالية المقترحة من قبل مُعدّ المادة في تشرين الأول 2029 في العراق، بشأن الرياضيات في العراق القديم - ستكون مهمة، وتُسهم في تعزيز الحضور العلمي الدولي.

خلاصة الموضوعات الرئيسية في كتاب أليانور روبسون Eleanor Robson:

Robson, Eleanor, 2008. Mathematics in Ancient Iraq: A Social History. Princeton & Oxford: Princeton University Press.
https://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691091822/mathematics-in-ancient-iraq?srsltid=AfmBOoqhJQUH3kXnoNmrjQLgd4dfk656eBiLkLLq5h-Y_KweFqok5Pgr

يعرض الكتاب تطور الرياضيات في العراق القديم عبر ثلاث مراحل زمنية رئيسية: العصر السومري، والعصر البابلي القديم، ثم الفترة البابلية المتأخرة والعصر السلوقي، موضحًا طبيعة الممارسات الرياضية في كل مرحلة والجهات التي استخدمتها، مثل الكتبة والإداريين والعلماء، ضمن سياقها الاجتماعي.

وتؤكد إليانور روبسون Eleanor Robson أن الرياضيات في بلاد ما بين النهرين لم تكن مجرد معرفة نظرية، بل كانت ممارسة عملية مرتبطة بالحياة اليومية، حيث استُخدمت في قياس الأراضي، والإدارة والمحاسبة، وتنظيم التقويم، وتعليم الكتبة.

ويعتمد الكتاب على تحليل عدد كبير من الألواح الطينية المسمارية، ليس فقط من الناحية اللغوية، بل أيضًا من حيث سياقها الاجتماعي والمؤسسي، مع تسليط الضوء على دور مدارس الكتبة التي شكّلت نظامًا تعليميًا نخبويًا صارمًا كانت الرياضيات جزءًا أساسيًا منه.

كما يبيّن الكتاب تطور وظيفة الرياضيات عبر الزمن؛ إذ ارتبطت في العصر البابلي القديم بالاحتياجات الإدارية، بينما أصبحت في الفترات اللاحقة أكثر تجريدًا وارتباطًا بعلم الفلك. وفي هذا السياق، تتقاطع هذه النتائج مع ما أشار إليه طه باقر في دراساته المبكرة.

وأخيرًا، يتحدى الكتاب النظرة الأوروبية التقليدية التي اعتبرت الرياضيات في العراق القديم بدائية، مؤكدًا أنها كانت تقليدًا فكريًا مستقلًا ومتقدمًا. وبذلك، يُقدّم العمل مزيجًا من التاريخ الفكري والاجتماعي، ويبرز أهمية فهم السياق الاجتماعي بوصفه مفتاحًا لفهم تطور الرياضيات.

التطبيقات الرياضية في الحياة العملية في العراق القديم:

يذكر الأستاذ طه باقر في دراساته عن تاريخ الرياضيات والعلوم في حضارة وادي الرافدين في المصدر المذكور سابقا في الصفحة 5 من هذه المادة، ونقتبس:

Taha Baqir, 2013 Edited by Saad Taha Baqir, A Brief History of the Sciences and Knowledge in the Ancient and Arabic-Islamic Civilizations

(صفحة 19 في المصدر اعلاه)

"ان الرياضيات في هذه الحضارة ازدهرت ازدهارا مفاجئا منذ مطلع الالف الثاني ق.م. (أي بداية العصر البابلي القديم). ان هذه الحقيقة عن طبيعة مصادرنا الخاصة برياضيات العراق القديم من القضايا التاريخية التي لم يستطع الباحثون ان يفسروها. وكل ما يقال عن هذا الموضوع افتراض وحدس مثل صدفة الاكتشاف، وانه يحتمل ان نجد في المستقبل عن طريق التحريات الاثرية نصوصا رياضية جديدة تملأ هذه الثغرة في تطور المعارف الرياضية. اذ يقتضي منطق التطور التاريخي ان تسبق ذلك الازدهار المفاجئ في الرياضيات في العصر البابلي القديم مراحل تطورية أقدم عهدا. وانه على من انتفاء النصوص الدالة على تلك المراحل التطورية يمكن الافتراض ان البدايات الأولى للرياضيات في حضارة وادي الرافدين نشأت من الاحتياجات العملية لذلك المجتمع المتحضر، مثل التسجيلات والحسابات الاقتصادية وضبط مساحات الحقول والأراضي وضبط الزمن والفصول والاعمال التجارية المختلفة والاعمال الهندسية المتعلقة بتشييد الأبنية الضخمة مثل الأبراج المدرجة (الزقورات، جمع زقورة) التي اشتهرت بها حضارة وادي الرافدين وإقامة السدود وشق الجداول والانهار وإقامة خزانات المياه. وقد اعتمدت حضارة وادي الرافدين، بالإضافة الى الزراعة والري المنظم، على التجارة الخارجية للحصول على المواد الأولية الضرورية لإقامة الحضارة والتي لا تتوفر في البيئة في التي نشأت فيها الحضارة (السهول الرسوبية الوسطى والجنوبية)، مثل المعادن والاخشاب والاحجار الصالحة للبناء والنحت والاحجار الكريمة للزينة والحلي. ولا يخفي ما للأعمال التجارية من أثر مهم في ضبط العمليات الحسابية. وان هذه الاعمال والحاجات التي بدأت منذ أقدم العصور التاريخية وما قبل التاريخية عملت كذلك على ظهور المهارات الصناعية ونشوء عدة صناعات مهمة كالتعدين وسبك المعادن وصبها وصنع الاصباغ ومعرفة بالعمليات الكيمياوية الأساسية مثل المزج والتركيب والتخمير لصنع الخمور المختلفة وصنع الصابون وتزجيج الآجر والاواني الفخارية وإقامة الافران ومعرفة بخصائص النباتات والاعشاب لصنع الادوية الى غير ذلك من العمليات التي استلزم إنجازها معرفة بخواص المواد الكيمياوية والفيزياوية. ولكن ظل مثل هذه العمليات في مستوى الصناعات العملية اي في طور ما نسميه الآن التكنولوجيا ولم تتطور الى مواضيع علمية بالمعنى الدقيق لمفهوم العلم الآن على الرغم من ان الكتبة في العراق القديم خلفوا لنا سجلات مدونة عن أسماء العناصر المختلفة وأسماء النباتات والأشجار والحيوانات ووصفات في صنع المواد المشهورة مثل الصابون والجعة والخمور والزجاج وسجلات طبية في وصف حالات المرض والأدوية الخاصة في علاجها. اما المعارف الرياضية فأنها بخلاف ذلك يمكن التأكيد كما المحنا انها انتقلت من طور المعارف العملية الى طور البحث والعلم النظري كما سيتضح من عرضنا لهذه الرياضيات."

كما نجد في كتاب الواح سومر لصموئيل كرامر Samuel Kramer ترجمة طه باقر في الفصول السادس والتاسع والعاشر والحادي عشر منه، معلومات عن انجازات حضارة وادي الرافدين في مجالات اقتصادية:

- https://uruk-warka.dk/TBaqir/Tablets%20of%20Sumer.pdf
- https://archive.org/details/20210428_20210428_1020/الواح%20سومر%20صمويل%20كريمو/

الفصل السادس: في الإصلاح الاجتماعي – اول حالة في تخفيض الضرائب
الفصل التاسع: الطب – اول دستور ادوية
الفصل العاشر: الزراعة – اول تقويم زراعي
الفصل الحادي عشر: فن البستنة – اول تجربة في الغرس تحت ظلال الاشجار

وعلى الرغم من أن الألواح الرياضية المكتشفة والمذكورة سابقًا تعود، في الغالب، إلى زمن الحضارة البابلية، فإن ذلك لا يمنع من الاستنتاج أن الحضارة السومرية، كما ذُكر في كتاب صموئيل كرامر Samuel Kramer ، تحمل بذور استخدام العلوم، ومنها الرياضيات، بشكلها الأوّلي في مجالات عديدة، منها الزراعة والبستنة والضرائب والأدوية.

بعض من الألواح الرياضية الهامة المكتشفة في المواقع الاثارية في العراق:

1. قضية "جبرية – هندسية" على مبدأ تشابه المثلثات، والذي يصنف ضمن القضايا او المسائل الرياضية وفق طرح الأستاذ طه باقر لتصنيف الرقم والالواح الرياضية المكتشفة في حضارة وادي الرفدين:

المصادر التالية:

- مقابلة مع الأستاذ طه باقر من قبل الاذاعية والحوارية القديرة ابتسام عبدالله في سبعينيات القرن الماضي:

https://www.youtube.com/watch?v=iwkfEKU9GJc

- وكذلك الرابط لموقع الكتاب الصادر عن دار امازون:

https://www.amazon.com/History-Sciences-Knowledge-Arabic-Islamic-Civilizations/dp/1492372307/ref=sr_1_2?dib=eyJ2IjoiMSJ9.BB7a4BUNXL1o4GPfBNd5ryWdfKCummMEuIZ9Tjjfip1lmk-aDbqk3vbn8-9wyomB.OarMowZgDKOdzl-XhKY79j0jg4-4SJuTTZU0kvtdOmM&dib_tag=se&qid=1776275312&refinements=p_27%3ATaha+Baqir&s=books&sr=1-2

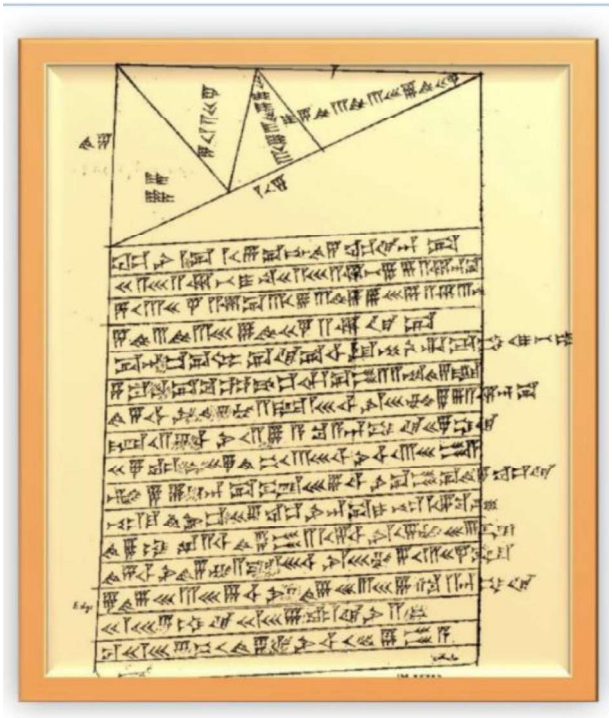
- مجلة سومر الصادرة في بدايتها عن مديرية الآثار القديمة العامة – والتي أصبحت لاحقا "الهيئة العامة للآثار والتراث"

https://archive.org/details/sumer_201609/sumer01/

يتضمّن اللوح مسائل رياضية مرتبطة بعلم المثلثات، مع تركيز خاص على المثلث القائم الزاوية، حيث يوضح العلاقات بين أطوال أضلاعه. ويشير النص إلى أنه في المثلث القائم، فإن مربع طول الضلع الأكبر (الوتر) يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين، وهي العلاقة المعروفة لاحقًا باسم نظرية فيثاغورس.

نسخة باليد لطه باقر لِلّوح البابلي IM 55337 حوالي (1800 ق.م)، والمتعلق بالمثلثات وعلاقة شبيهة بـ نظرية فيثاغورس.

Taha Baqirs hand copy of tablet IM 55337 (1800 BCE) on similar traingles and Phthagoras theorem



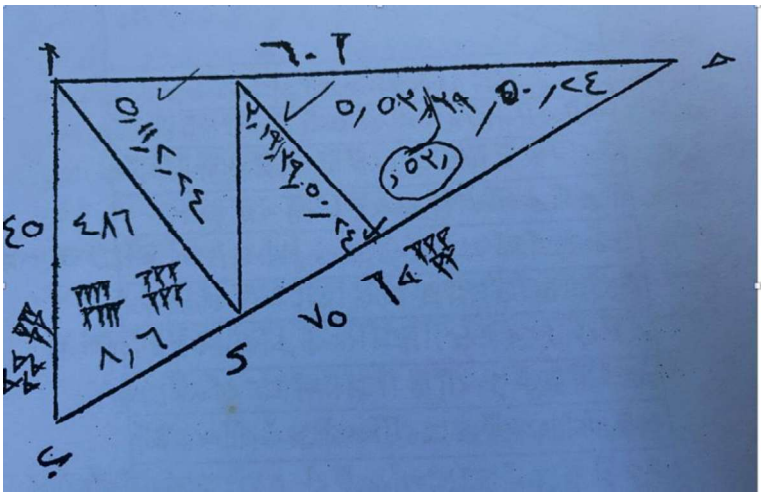
TAHA BAQIR'S HAND COPY OF TABLET IM 55357 (1800 BCE)
ON SIMILAR TRIANGLES AND PYTHAGORAS' THEOREM

يذكر الأستاذ طه باقر عن هذا اللوح الرياضي والمكتشف بمساهمة منه في الموقع الاثري "تل حرمل" القريب من بغداد، النص التالي في المصدر المذكور سابقا:

الصفحة 57-61 من المصدر أعلاه:

" وجدت مديرية الاثار العراقية في اثناء تنقيباتها في الموضع الاثري المسمى تل حرمل (في منطقة بغداد الجديدة) عام ١٩٤٥ – ١٩٦١ مجموعات مهمة من الواح الطين المدونة بمختلف شئون الحياة ومن بينها مجموعة مهمة من المصنفات اللغوية ونسخة من شريعة مدونة تسبق شريعة حمورابي الشهيرة بأكثر من قرن واحد، كما وجدت نحو ١٢ لوحا رياضيا تتضمن قضايا جبرية مهمة يرجع تاريخها الى مطلع الالف الثاني ق.م. (نشرها الأستاذ طه باقر في مجلة "سومر" عبر عدة دراسات في المجلدات ١٩٤٨، ١٩٤٩، ١٩٥١، ١٩٦٣). ونختار من هذه الالواح لوحا على قدر كبير من الأهمية في تاريخ تطور الرياضيات وهو لوح صغير رسم في أعلاه مثلث قائم الزاوية وفي داخله وعلى اضلاعه ارقام بالطريقة الستينية في مقادير الاضلاع ومساحات المثلثات المرسومة التي سنصفها. ودون تحت هذا الشكل الهندسي نص القضية والخطوات المتبعة في حلها، وخلاصة ترجمة القسم الرئيسي منها ان مثلثا (قائم الزاوية) طول كل من ضلعيه ٤٥ و ٦٠ وطول وتره ٧٥. ومن مساحة المثلث الكبير اقتطعت او رسمت أربعة مثلثات صغيرة قوائم الزوايا أيضا بإقامة عمود من الزاوية القائمة للمثلث الكبير على الوتر ثم تكرار رسم الاعمدة على أوتار المثلثات الصغيرة. واعطيت مساحة المثلث الأول برقم ٨,٦ بالنظام الستيني أي ٤٨٦ بالطريقة العشرية وكذلك أعطيت مساحات المثلثات الأخرى بأرقام ستينية من الاعداد الصحيحة والكسور الستينية المطولة ولكن بقيم منتهية تدعو الى الدهشة. وفي ضوء المعلومات المعطاة أي مساحة المثلث الأول (أ ب د) وقدرها كما قلنا ٤٨٦ واطوال اضلاع ٤٥ و ٦٠ طلب إيجاد طول العمود المقام من الزاوية القائمة (أ) في المثلث الكبير (أ ب ج) على الوتر (ب ج) ثم طول ضلع المثلث الصغير (أ ب د) أي (ب د) و (أ د) وكذلك اطوال اضلاع المثلثات الصغيرة الأخرى.

ملاحظة من معد المادة الحالية: للاطلاع على كامل الطريقة الرياضية التي استخدمها الأستاذ طه باقر لشرح هذا اللوح، يمكن الرجوع الى مجلة سومر الصادرة في نهاية الاربعينات من القرن الماضي وباللغتين العربية والإنكليزية، باستخدام الرابط المذكور اعلاه.



الرسم اعلاه بخط الاستاذ طه باقر

ولأيجاد طول (ب د) في المثلث (أ ب د) باستخدام المعلومات المعطاة يسير الرياضي القديم في الخطوات التالية:

يقسم ٤٥ على ٦٠ فيحصل على ٤١٣ ثم يضرب ٤١٣ في ٢ فيحصل على ١ ١/٢ وبضرب مساحة المثلث الصغير (أ ب د) ومقدارها ٤٨٦ بالفرض في ١ ١/٢ فيحصل على ٧٢٩، وبأخذ الجذر التربيعي ل ٧٢٩ فيحصل على ٢٧ وهو طول (ب د). ثم ينصف طول هذه الضلع أي ٢٧ ويقسم المساحة ٤٨٦ على نصف ٢٧ فيحصل على ٣٦ وهو طول العمود الأول (أ د) المقام من الزاوية القائمة (أ) على الوتر (ب ج)، وبتعبير اخر يمكن إيجاز الحل الذي اتبعه الرياضي القديم بالمعادلة الاتية:

$$ب\,د = \sqrt{\frac{أب}{أحـ} \times 2 \times \text{مساحة المثلث أ ب د}}$$

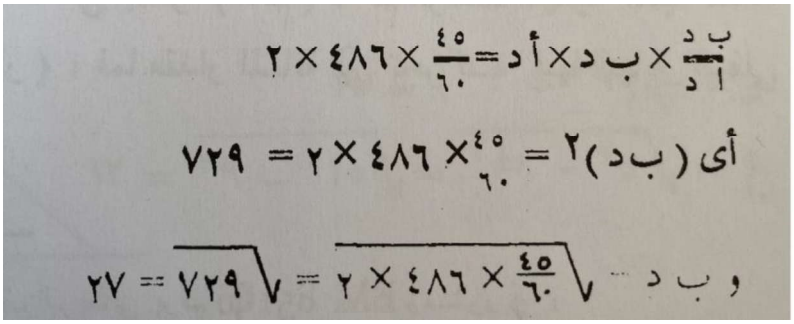
$$\text{وبالارقام المعطاة } ب\,د = \sqrt{\frac{45}{60} \times 2 \times 486} = 27$$

وهنا نترك للطلاب تفسير المبادئ الهندسية التي استند اليها ذلك الرياضي العراقي القديم الذي عاش في منطقة بغداد قبل نحو ٤٠٠٠ عام (معد المادة: الأستاذ طه باقر كتب هذه الدراسة في نهاية اربعينات القرن الماضي، لذا نقترب الان من ٤١٠٠ عام)، **على انني فسرت الحل بانه يستند الى مبدأ تشابه المثلثات ودلالة (ب د) X (أ د) (أي مساحة المثلث أ ب د). وبوجه خاص حالة خاصة من تشابه المثلثات وضعها الرياضي اليوناني اقليدس (القرن الثالث ق.م.) على هيئة نظرية تتعلق بتشابه المثلثين المحدثين على جانبي العمود المقام من الزاوية القائمة على وتر مثلث قائم الزاوية وان كلا منها يشابه المثلث الأصلي وينتج ان اضلاعها المتناظرة متناسبة. فاذا رجعنا الى الشكل المرسوم وجدنا ان المثلثين (أ ب د) و (أ د ج) متشابهان (بحسب نظرية اقليدس السالفة الذكر) فتكون اضلاعهما المتناظرة متناسبة.**

أي: $\frac{أب}{أحـ} = \frac{ب\,د}{أ\,د}$ وبما ان $\frac{أب}{أحـ} = \frac{45}{60}$ فيكون $\frac{ب\,د}{أ\,د} = \frac{45}{60}$ (١)

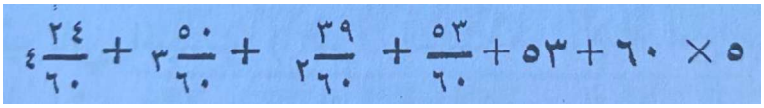
ومن دستور مساحة المثلث أ ب د أي $\frac{ب\,د \times أ\,د}{2} = 486$ (٢)

فاذا ضربنا المعادلة رقم (١) بالمعادلة رقم (٢) ثم ضربنا الناتج في ٢ حصلنا على المعادلة:



وهذا ما فعله الرياضي القديم. اما تفسير الخطوة التي اتبعها في إيجاد (أ د) من بعد حصوله على مقدار (ب د) فواضح من العلاقة ما بين (أ د) و (ب د) ومساحة المثلث (أ ب د) المعلومة.

ملاحظة:
لاحظ اطوال المثلث الكبير أي ٤٥، ٦٠، ٧٥ التي تكون مثلثا فيثاغوريا أي انها بنسبة ٣، ٤، ٥ وكذلك اضلاع المثلثات الأخرى ومنها المثلث (أ ب د) أي ٢٧، ٣٦، ٤٥ ولاحظ كذلك مقادير مساحات المثلثات الصغيرة الموضوعة في داخل كل منها بالأرقام الستينية، وأنها مكونة من اعداد صحيحة وكسور ستينية طويلة ولكنها منتهية ومضبوطة، فمساحة المثلث القائم الزاوية الصغير وهو المثلث الأخير تساوي:



الحلّ الرياضي البابلي للمسألة الواردة في هذا اللوح، سعى أيضًا الدكتور فوزي رشيد إلى شرحه بطريقة مبسّطة في كتابه عن طه باقر، وذلك في الصفحات (79–83) من كتابه في الرابط التالي:

https://uruk-warka.dk/TBaqir/Taha%20Baqir%20Life%20&%20Work.pdf

يذكر الدكتور فوزي رشيد في المصدر اعلاه ونقتبس:

" ان الأسلوب الذي اتبعه الأستاذ طه باقر في تفسير الحل المتبع في هذا اللوح الرياضي لايمكن عرضه هنا بالشكل الذي طرحه في مجلة سومر وذلك لسببين اساسين، الأول ان القارئ من غير المتخصصين في موضوع الرياضيات يصعب عليه تتبع خطوات الحل وفهمها. والسبب الثاني هو انه سيأخذ حيزا كبيرا من حجم هذا الكتاب.

أشار الأستاذ طه باقر الى ان تحليل الخطوات التي اتبعها الرياضي القديم يؤكد لنا انه اعتمد على نظرية هندسية خاصة بتشابه المثلثات. ... وان النتيجة التي وصل اليها الرياضي البابلي صحيحة وتعتمد على قانون (مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين)، وبذلك يكون الأستاذ طه باقر قد اثبت للعالم بأن ما يسمى بنظرية فيثاغورس ونظرية اقليديس الخاصة بتشابه المثلثات كانت معروفة في العراق القديم قبل فيثاغورس واقليدس بما يزيد على الالف سنة تقريبا علما ان الأستاذ طه باقر سيبرهن على ذلك بشكل أوضح في لوح رياضي أخر.

وفي الجزء الثاني من المجلد السادس (المعد: المقصود مجلة سومر) نشر الأستاذ طه باقر موضوعا رياضيا أخر عنوانه (قضايا رياضية من تل حرمل). وفي هذه المقالة عرض عدد من النظريات الهندسية التي لها علاقة

بالشبه المنحرف. ومن لا يعرف الأستاذ طه باقر ويقرأ مقالته هذه سوف يعتقد في الحال بانه عالم كبير في موضوع الرياضيات وذلك للأسلوب الذي اتبعه في شرح تلك النظريات.

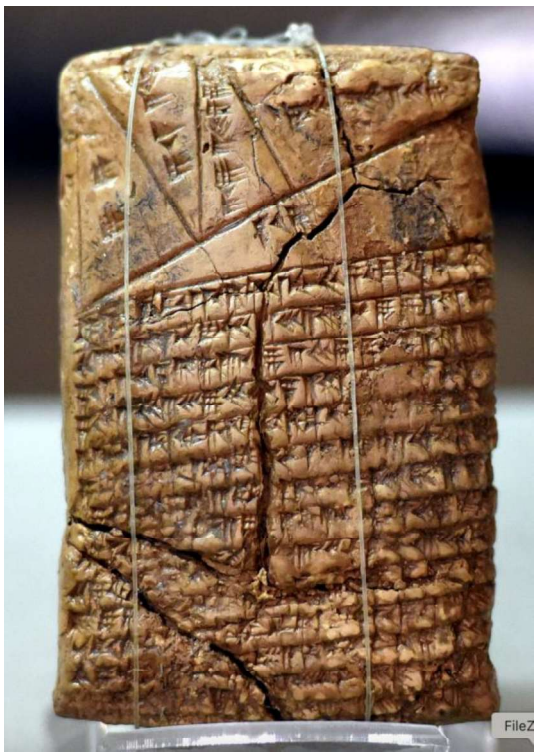
ومما يؤكد على قدرة الأستاذ طه باقر الواسعة في هذا المجال، هي المقالة المعنونة (قضايا رياضية اخرى من تل حرمل وتعليقات على الرياضيات البابلية) والتي نشرها في مجلة سومر، المجلد السابع، الجزء الثاني عام ١٩٥١م، حيث عرض فيها تحليله لخمس قضايا هندسية. وهنا سأقدم منطوق واحدة منها:

(لو سألك سائل هكذا: بقدر ضلع المربع الذي احدثته -على الأرض- تعمقت الى الأسفل وحفرت ترابا حجمه مشارة ونصف المشارة، وجعلت القاعدة السفلى -الأرضية- مربعا فكم تعمقت في الحفر). "

(من معد المادة: المشارة هي **قطعة أرض زراعية مستغلة ومخصصة لنوع محدد من الزراعة، وهي ليست وحدة معيارية لقياس المساحات**).

ملاحظة من معد المادة: كل القضايا الرياضية المشار اليها أعلاه، يمكن الاطلاع عليها في مجلة سومر الصادرة عن الهيئة العامة للآثار والتراث (مديرية الآثار القديمة العامة في بداية صدور مجلة سومر في اربعينات القرن الماضي)، من خلال الرابط المذكور سابقا وفي غالب الأحيان باللغتين العربية والإنكليزية.

ادناه صور للوح الأصلي المكتشف من زوايا مختلفة:



2. اللوح الرياضي المسمى "بلِمبتون 322" نسبة الى الباحث جورج بلمبتون Plimpton، والذي يمكن ان نصنفه ضمن صنف الجداول الرياضية وفق تعريف الأستاذ طه باقر لتصنيف الرقُم والالواح الرياضية المكتشفة في حضارة وادي الرفدين:

Plimpton 322

The Plimpton 322 clay tablet, with numbers written in cuneiform script

Height	9 cm
Width	13 cm
Created	c. 1800 BC

لوح بلمبتون 322 هو لوح طيني بابلي عمره 3700 عام ويُعتقد أنه كُتب حوالي عام 1800 قبل الميلاد، محفوظ في مكتبة الكتب النادرة والمخطوطات بجامعة كولومبيا في مدينة نيويورك. وهو جزء من مجموعة جورج آرثر بلمبتون التي أُهديت إلى الجامعة عام 1936. ويُعرف هذا اللوح بإظهاره معرفة رياضية متقدمة في العصور القديمة، وبشكل خاص فيما يتعلق بالثلاثيات الفيثاغورية.

علما ان لوح بليمبتون 322 تم العثور عليه في جنوب العراق في موقع المدينة السومرية القديمة لارسا (تل السنكرة في الوقت الحاضر). تم اكتشاف هذا اللوح في أوائل عشرينيات القرن العشرين، واستحوذ عليه عالم الآثار إدغار بانكس Edgar Banks قبل أن يشتريه جورج آرثر بليمبتون، ثم تم التبرع به لاحقًا إلى جامعة كولومبيا.

ويحتوي لوح بلمبتون 322 على جدول رياضي مكتوب بالخط المسماري. كل صف من الجدول يرتبط بثلاثية فيثاغورية، أي ثلاثية من الأعداد الصحيحة (A,B,C) التي تحقق مبرهنة فيثاغورس:

حيث A^2 يشير الى مربع الوتر اما B^2 C^2+فتشير الى مجموع مربعي الضلعين الاخرين.

وهي القاعدة التي تساوي بين مجموع مربعي ضلعي المثلث القائم الزاوية ومربع الوتر. الحقبة التي كُتب فيها بلِمبتون 322 كانت قبل حوالي 13 إلى 15 قرنًا من الحقبة التي أُجريت فيها الاكتشافات الهندسية الكبرى عند الإغريق.

في الأربعينيات من القرن العشرين، حين أدرك أوتو نوغباور وأبراهام ساكس الأهمية الرياضية للّوح لأول مرة، كان قد تم اكتشاف بعض الألواح البابلية القديمة الأخرى التي تستخدم قاعدة فيثاغورس. وبالإضافة إلى تقديم المزيد من الأدلة على أن الكتبة في بلاد ما بين النهرين كانوا يعرفون ويستخدمون القاعدة، أظهر بلِمبتون 322 بقوة أنهم كانوا يمتلكون طريقة منهجية لتوليد الثلاثيات الفيثاغورية، إذ إن بعض هذه الثلاثيات كبيرة جدًا ومن غير المرجح أن تكون قد اكتُشفت بطرق عشوائية. على سبيل المثال، الصف الرابع من الجدول يتعلق بالثلاثية (12709، 13500، 18541).

- البابليون استخدموا نظام **الأساس 60.(Sexagesimal)**
- استعملوا رمزين أساسيين:
  1 = 𒁹واحد ويُكرر حتى 9.
  10 = 𒌋عشرة ويُكرر حتى 5 أي 50
- الأعداد الأكبر هي مزيج بين الرمزين حسب موقعها.
- لم يكن لديهم صفر بالشكل المعروف، بل علامة مكانية أو ترك فراغ.

٢ -مثال لتحويل الأعداد الواردة في بلِمبتون 322

- العدد **12709** ← يُحوّل إلى الأساس 60:
  211 = 60 ÷ 12709باقي 49
  3 = 60 ÷ 211باقي 31
  إذًا = (3,31,49) بابليًا.
- العدد .(3,45,0) ← **13500**
- العدد .(5,8,41) ← **18541**

هي ثلاثية فيثاغورية نسبية، يمكن الحصول منها على ثلاثية فيثاغورية صحيحة بضربها في عامل مناسب. عناوين الأعمدة في اللوح، وكذلك وجود الألواح MS3971 , MS3052 , YBC6967 التي تحتوي على حسابات ذات صلة، تدعم هذا الاقتراح.

الغرض من بِلمبتون 322 غير معروف بشكل دقيق. يعتبر معظم العلماء حاليًا أن الدافع العددي أمر غير دقيق تاريخيًا، نظرًا لما هو معروف عن الرياضيات البابلية بشكل عام. كما يُستبعد الاقتراح الذي يقول إن بِلمبتون 322 هو جدول مثلثات لنفس الأسباب، نظرًا لأن البابليين لم يكن لديهم على ما يبدو مفهوم قياس الزوايا. وقد تم تقديم مقترحات مختلفة، منها أن اللوح كان له غرض عملي في العمارة أو المسح، أو أنه كان تحقيقًا هندسيًا بدافع الاهتمام الرياضي، أو أنه كان تجميعًا لمعلمات تمكّن المعلم من إعداد مسائل للطلاب. وبشأن الاقتراح الأخير، يشير كريغتون باك – ناقلًا عن عمل غير منشور لـ د. ل. فويلز – إلى احتمال أن يكون اللوح ذا صلة عرضية فقط بالمثلثات القائمة، وأن غرضه الأساسي هو المساعدة في إعداد مسائل تتعلق بالأزواج التبادلية، على غرار مسائل المعادلات التربيعية الحديثة. أما باحثون آخرون مثل يوران فريبرغ وإلينوار روبسون، الذين يفضلون أيضًا تفسير أنه أداة للمعلم، فيرون أن المسائل المقصودة ربما كانت تتعلق بالفعل بالمثلثات القائمة.

(*) **سمير كامل:** حاصل على درجة الماجستير في الإحصاء الرياضي، ومتخصص في مجال تحليل البيانات - Data Analysis